

Aufgabe 5.1 Berechnen Sie $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ und $\tan \alpha$, falls gegeben ist:

- a) $\sin \alpha = \frac{3}{4}$, c) $\sin \alpha = \frac{1}{8}$, e) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$,
b) $\cos \alpha = \frac{1}{6}$, d) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, f) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

Aufgabe 5.2 Finden Sie die Seiten, Winkel (falls Tabellenwerte) und die Fläche des Dreiecks mit

- a) $a = b = c = \sqrt{2}$; c) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$;
b) $a = b = 1$, $c = 2$; f[#]) $\gamma = \frac{\pi}{2}$, $a = 11$, $\alpha = \alpha$ (Parameter).

Aufgabe 5.3 Finden Sie alle Lösungen folgender Gleichungen:

- a) $\tan x = -\sqrt{3}$, b) $\cos x = 0$.

Aufgabe 5.4 Berechnen Sie:

- a) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$, c) $\arcsin(\sin \frac{2\pi}{3})$, e) $\arcsin(\cos \frac{7\pi}{5})$,
b) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$, d) $\arctan(\tan \frac{5\pi}{4})$, f) $\arctan(\tan \frac{9\pi}{5})$.

Aufgabe[#] 5.5 Finden Sie alle Lösungen folgender Gleichungen:

- a) $\sin(\frac{\pi}{6} - 2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, b) $(1 - \sin x)(\tan^2 x - 3) = 0$.

Aufgabe[#] 5.6 Beweisen Sie die folgenden trigonometrischen Identitäten, ausgehend aus dem „trigonometrischen Pythagoras“ und den Additionstheoremen

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1, \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta, \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.\end{aligned}$$

- a) (i) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$, (ii) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$;
b) (i) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, (ii) $1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, (iii) $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$;
c) (i) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, (ii) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$;
d) Phasenverschiebungsformeln: (i) $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$, (ii) $\cos(\pi + x) = -\cos x$,
(iii) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$, (iv) $\sin(\pi + x) = -\sin x$;
e) (i) $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta))$, (ii) $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$,
(iii) $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$,
f) (i) $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, (ii) $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$,
(iii) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, (iv) $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$,